



# Histogramme Image

M. Taffar

Dpt Informatique. Université de Jijel

Cours pour Master 2 –IA, oct.-21



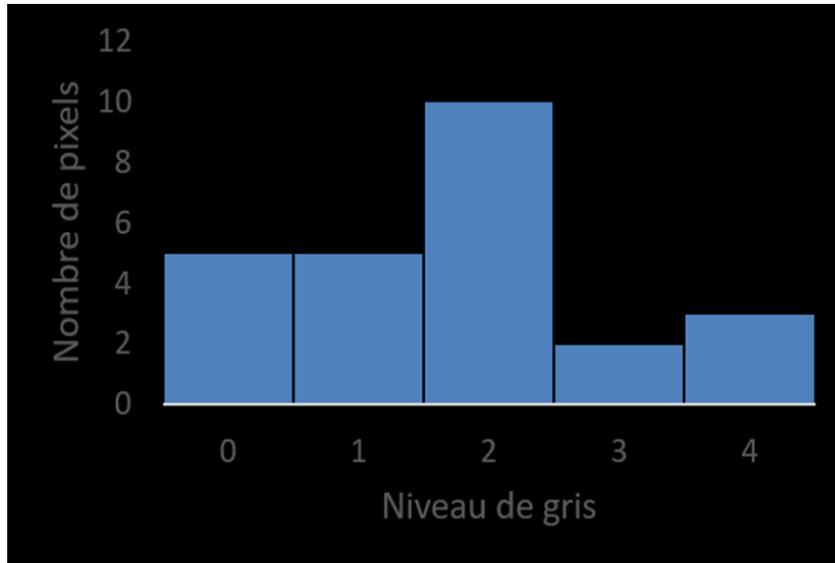
## Histogramme Image : **Objectifs**

- Nous nous intéressons à
  - *Histogramme d'une image*, ainsi qu'à
  - **2 algorithmes** pour d'améliorer la qualité d'une image en intervenant sur la distribution de ses pixels :
    - **Algorithme d'étirement d'histogramme**
    - **Algorithme d'égalisation d'histogramme**

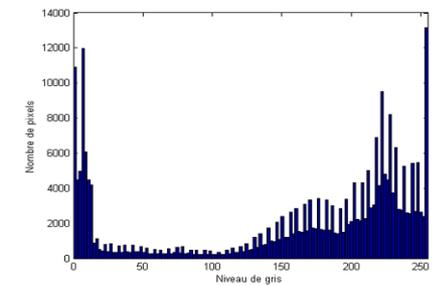
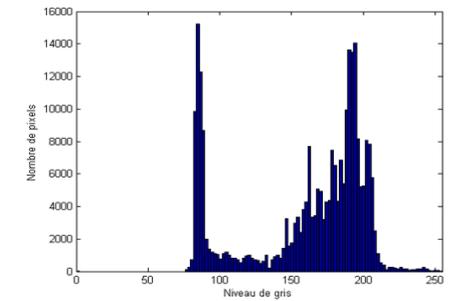
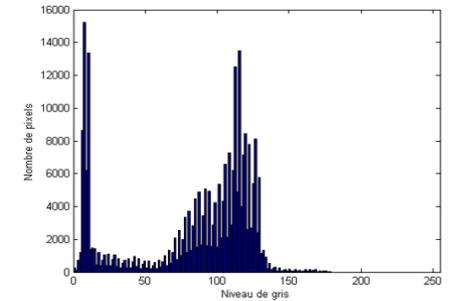
# Histogramme Image : Définitions

- En statistique, l'histogramme est un graphique pour observer *la répartition des valeurs* que prend une variable aléatoire.
- Dans notre cas, on l'utilise pour voir la *répartition des valeurs d'intensité lumineuse* que prennent **les pixels d'une image**.
- Sur une image **monocanal 8 bits**, on compte, pour chaque niveau de gris (NG)  $i$  ( $0 \leq i \leq 255$ ), **le nombre de pixels qui portent la valeur  $i$**  : noté  $h_i$
- L'histogramme  $h_i$  d'une image est la fonction qui associe à chaque **valeur d'intensité de niveau de gris  $i$**  le **nombre (fréquence d'apparition) de pixels** ayant cette valeur dans l'image (de **niveau de gris** ou **d'un canal couleur**)

# Histogramme Image : Représentation



- La représentation de l'histogramme d'une image se fait par un **diagramme en bâtons**.
- Les bâtons sont appelés : **bins**
- En abscisse les valeurs  $i$  ( $0 \leq i \leq 255$ ) et en ordonnée les  $h_i$  correspondants.



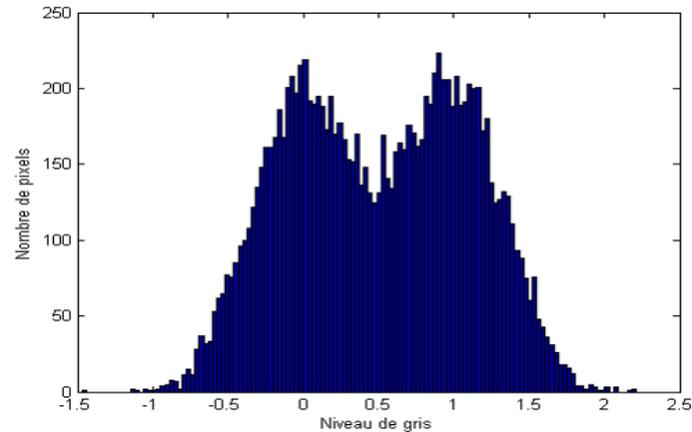
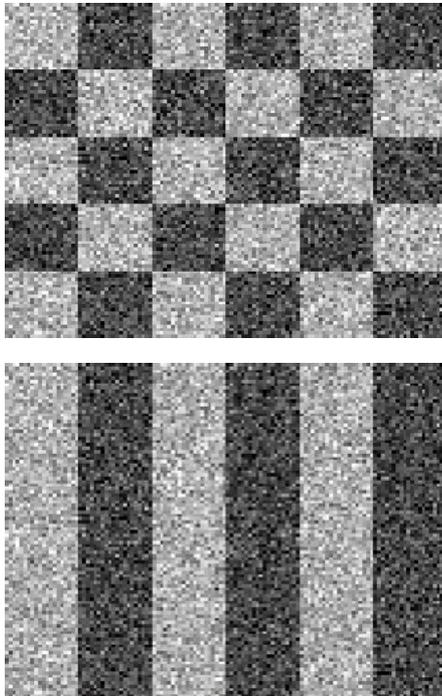
# Histogramme Image : Remarques

- ✓ L'histogramme montre la façon dont sont répartis les NG dans l'image.
- ✓ Il est aussi possible de dessiner l'histogramme d'une image couleur :
  - en superposant les histogrammes des canaux (R, G et B), ou
  - en utilisant une représentation 3D de l'histogramme (1 dimension pour chaque canal)
- ✓ La *dynamique d'une image* est le champ des valeurs de niveaux d'intensités lumineuses auquel appartient les pixels de cette image :  $D = [val_{min}, val_{max}]$

avec  $val_{min}$  et  $val_{max}$  sont respectivement les valeurs *min* et *max* des niveaux d'intensités des pixels de l'image.

# Histogramme Image : Remarques

- ✓ L'histogramme ne contient aucune information spatiale
- ✓ Des images très différentes peuvent avoir des histogrammes similaires ou identiques :



# Histogramme Image : **Algorithme**

- Soit une image  $I(nl, nc)$ 
  - $nl$  : nombre de lignes et  $nc$  le nombre de colonnes.
  - **Hist[256]** est l'histogramme représenté par un tableau à 256 entiers (de 0 à 255 niveaux d'intensités)
- Le bout de code suivant décrit comment calculer l'histogramme **Hist** d'une image  $I$  :

***Pour ( entier row = 0; row < nl; row++ )***

***Pour ( entier column = 0; column < nc; column ++ )***

***Hist[ I(row, column) ]++;***

# Histogramme Image : **Luminance d'une image**

- La *luminance* ou la *brillance* d'une image (d'un histogramme) est définie par **la moyenne de tous les valeurs d'intensités de pixels** de l'image.
- Ainsi, pour augmenter (resp. diminuer) la luminance (brillance) d'une image il suffit de **décaler son histogramme en ajoutant** (resp. en soustrayant) **une valeur de brillance  $b$**  ; c'est-à-dire, faire :

$$I'(i, j) = I(i, j) + b$$

$I'$  : image résultante d'un **rehaussement de luminance** par **décalage des intensités de pixels de l'image** originale  $I$

# Histogramme Image : **Contraste**

- Le *contraste* d'une image  $I$  (à  $l$  lignes et  $c$  colonnes) peut être défini soit par :

## 1. la *variance* des niveaux de gris.

$$\text{Contraste}(I) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^c (I(i,j) - \text{Moy})^2$$

avec,  $N = l \cdot c$  : nombre de pixels de l'image  $I$ .  $\text{Moy}$  est la valeur d'intensité moyenne de l'image.

## 2. la *variation* entre les niveaux de gris *max* et *min* de l'image.

$$\text{Contraste}(I) = \frac{\max[I(i,j)] - \min[I(i,j)]}{\max[I(i,j)] + \min[I(i,j)]}$$

- Remarque**

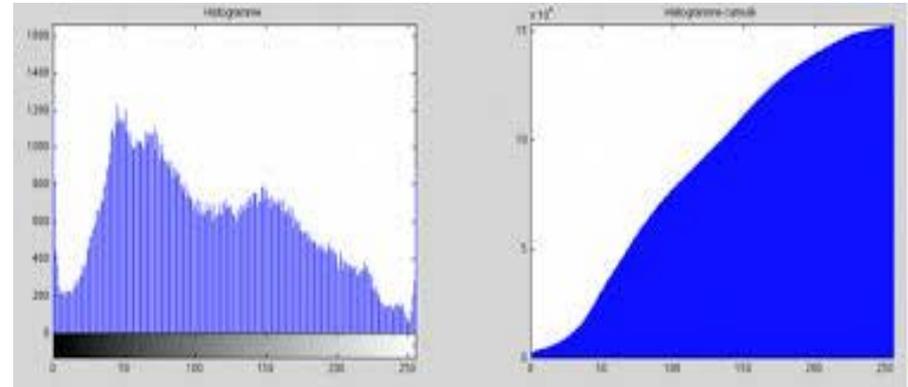
L'amélioration du contraste d'une image se fait par :

- Extension linéaire dynamique. Pour réaliser cette opération, on étire la dynamique en rééchelonnant les niveaux de gris entre 0 et 255 (technique détaillée au § 2.3) ; ou encore par
- Egalisation de l'histogramme (méthode détaillée au § 2.4).

# Histogramme Cumulé : Définition

- L'histogramme cumulé d'une image est obtenu en associant à chaque NG  $i$  le nombre  $h_i^c$  de pixels de l'image qui ont une valeur inférieure ou égale à  $i$ .
- Cela revient à calculer l'histogramme de l'image et d'associer à chaque niveau de gris  $i$  la somme des  $h_j$  pour  $j \leq i$ .

$$h_i^c = \sum_{j=0}^i h_j = h_0 + h_1 + \dots + h_i$$



- **Remarque**, l'histogramme cumulé d'une image couleur peut se faire en superposant les histogrammes cumulés des différents canaux, ou encore par une représentation en 3D.

# Histogramme Cumulé : **Avantages**

- ✓ Un histogramme cumulé permet de calculer très facilement le nombre de pixels ayant une **valeur comprise entre deux niveaux de gris donnés  $a$  et  $b$**  : il suffit pour cela de calculer la différence  **$h_b^c - h_a^c$** .
- ✓ En mathématiques, cela revient à calculer ***l'intégrale de l'histogramme entre les points  $a$  et  $b$***  ; c'est la raison pour laquelle l'histogramme cumulé s'appelle aussi "***histogramme intégrale***".



# Normalisation d'une Image ou Étirement d'Histogramme

- ✓ Problème
- ✓ Idée
- ✓ Méthode
- ✓ Etapes de l'Algorithme
- ✓ Exemples d'implémentation

# Étirement d'Histogramme : Problème

- Il arrive que certaines images réelles soient **trop sombres** ou **trop claires**.
- Ainsi, l'histogramme de telles
  - images **sombres** se retrouve ***tout aplati à droite*** (*dans la zone des valeurs élevées*) ou
  - ***aplatis à gauche*** (*dans la zone des valeurs faibles, pour les images claires*).
- Ceci est dû au fait que ***les niveaux de gris n'occupent pas tout l'intervalle des valeurs*** (de 0 à 255).
- Au lieu de ça, ils sont tous compris entre deux valeurs ***min*** et ***max*** telles que :  **$0 \leq \min \leq \max < 256$** .

# Étirement d'Histogramme : **Idée**

- Remédier à cela, en essayant de **normaliser l'image**, c.-à-d., **ajuster l'échelle de ses niveaux de gris** de façon qu'elle **occupe tout l'intervalle disponible**.
- Un **histogramme normalisé**  $h_n$  nous permet de représenter la **proportion (%) de pixels en fonction du niveau de gris** (c'est une densité de probabilité de ce niveau de gris).
- Pour un niveau de gris  **$i$** , on fait associer une valeur de **bin** de l'histogramme normalisé correspondant à :

$$h_n(i) = \frac{h(i)}{nbr\_pixels}$$

$h(i)$  : la valeur de **bin** de l'histogramme au niveau de gris  **$i$**

$nbr\_pixels$  : le nombre total de pixels de l'image.

# Étirement d'Histogramme : Méthode

- Appliquer *une règle de trois* aux pixels de l'image, qui sont tous compris dans l'intervalle  $[min, max]$ , pour les ajuster à l'intervalle  $[0, 255]$ .
- Règle de normalisation : 
$$dst(i, j) = \frac{255}{max - min} (src(i, j) - min)$$

**src** et **dst** : sont respectivement les images source et destination.

**max** et **min** sont les valeurs maximale et minimale d'intensités (ou des niveaux de gris –NG) de l'image **src**. L'intervalle  $[min, max]$  est appelé la **dynamique de l'image**.

- Ce traitement commence par ramener toutes les valeurs de l'intervalle  $[min, max]$  vers l'intervalle  $[0, max - min]$ , puis il étend ces valeurs à  $[0, 255]$ .
- Cette opération est également appelée **expansion de la dynamique d'une image**, elle effectue une transformation des NG de telle sorte que l'image utilise toute la dynamique (de 0 à 255).

# Étirement d'Histogramme : Etapes de l'Algorithme

- Pour une image en NG, l'algorithme de normalisation d'une image comporte 2 étapes :
  - Déterminer les valeurs *min* et *max* des niveaux de gris de l'image.
  - Appliquer la formule de normalisation.

## Remarques

- En appliquant cet algorithme, on est facile de comprendre pourquoi la *normalisation d'une image* s'appelle aussi "*étirement d'histogramme*".
- La bibliothèque *OpenCv* contient déjà les 2 fonctions pour ces deux étapes de normalisation d'une image.

# Étirement d'Histogramme : Exemples d'implémentation

- Des implémentations possibles de la méthode *d'extension linéaire de la dynamique d'une image* ou *d'étirement d'histogramme* peuvent se faire par :
  - a. Etirement simple, en appliquant l'algorithme. Cette façon de faire n'est pas optimale. Notre algorithme aura la forme suivante :

```
max = compute_max_intensity(I);
min = compute_min_intensity(I);
for ( i = 0; i < nl; i++ )
    for ( j = 0; j < nc; j++ )
        I'(i, j) = (255 / (max - min)) * (I(i, j) - min);
```

# Étirement d'Histogramme : Exemples d'implémentation

- b. Utilisation d'une table de transformation LUT ("Look Up Table"):

```
//initialisation de la LUT
for ( ng = 0; ng < 256; ng++ )
    LUT[ ng ] = (255 / (max - min)) * (ng - min);
//Calcul de la transformation
for ( i = 0; i < nl; i++ )
    for ( j = 0; j < nc; j++ )
        I'(i, j) = LUT[ I(i, j) ];
```

- **Limite de cette technique :**

si la *dynamique est déjà maximale*, la transformation par extension linéaire de dynamique **n'apporte aucun changement à l'image**



# Égalisation d'Histogramme

- ✓ Problématique
- ✓ Objectif
- ✓ Remarque
- ✓ Étapes de l'Algorithme d'égalisation
- ✓ Exemple
- ✓ Caractéristiques de l'égalisation

# Égalisation d'Histogramme : Problématique

- Il peut arriver que les pixels d'une image, *bien qu'occupant tout l'espace de valeurs disponibles entre 0 et 255*, soient “*agglutinés*”, c'est-à-dire que l'histogramme n'est pas *uniforme*
- Par exemple, pour les photographies en contre-jour.
- De telles images contiennent, souvent, beaucoup de pixels *très sombres* et/ou *très clairs*, et relativement *peu de pixels d'une luminosité “moyenne”*.

# Égalisation d'Histogramme : Objectif

- Le but de l'égalisation d'histogramme est :
  - d'aplanir l'histogramme.
  - Transformer les niveaux de gris afin d'équilibrer le mieux possible la distribution de pixels dans la dynamique de l'image.

# Égalisation d'Histogramme : Remarques

- Pour certaines images, dont **tout l'espace des valeurs disponibles est déjà utilisé**, la *normalisation n'aurait aucun effet* sur cette image.
- C'est ici qu'entre en jeu *l'égalisation d'histogramme*, dont le but est *d'uniformiser la distribution des valeurs de pixels*
- Ceci permet d'obtenir une image qui contient à peu près **autant de pixels très sombres** que **de pixels moyens** que **de pixels très clairs**
- L'histogramme cumulé d'une telle image ressemblerait à une *courbe (droite) diagonale*.
- Pour ce faire, nous allons *rétro-projeter l'histogramme cumulé* de l'image originale :

$$dst(x, y) = h_{src(x,y)}^c$$

# Égalisation d'Hist : Etapes de l'algorithme d'égalisation

- Pour égaliser l'histogramme d'une image :
  1. Calculer l'histogramme de cette image,
  2. Calculer l'histogramme cumulé,
  3. Normaliser ses valeurs entre 0 et 255 ; ensuite vient
  4. la *phase de rétro-projection* : pour chaque pixel  $I(i,j)$  de l'image,
    - on récupère la valeur que l'histogramme cumulé associe avec le niveau de gris qu'il porte,
    - l'histogramme cumulé devrait contenir le nombre (pourcentage) de pixels qui sont plus sombres que  $I(i,j)$ ,
    - Ce qui donnera un rang, compris entre 0 et 255, par lequel on remplacera le pixel.

Ceci correspond à une transformation des niveaux de gris de l'image par la formule :

$$I'(x, y) = \frac{h_{src(x,y)}^c \cdot 255}{N}$$

$N$ : le nombre total de pixels de l'image.

# Égalisation d'Hist : Etapes de l'algorithme d'égalisation

## Exemple

- Si 60% des pixels de l'image sont plus sombres que le NG 40 (c'est-à-dire, l'image contient beaucoup de pixels sombres), on remplacera tous les pixels portant le niveau 40 par

$$h_{40}^c = 0,6 * 255 = 153$$

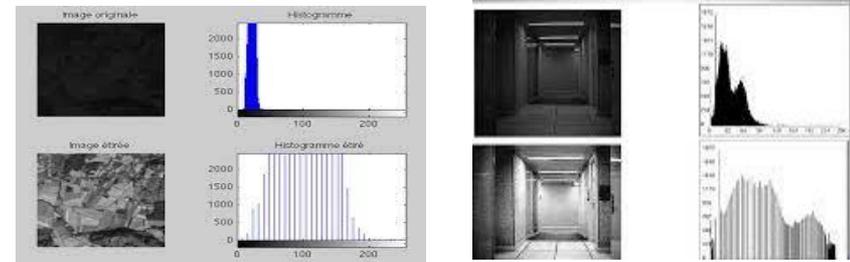
Cela aura pour effet de **rehausser le contraste** dans les zones très sombres de l'image.

- L'histogramme cumulé,  $h_c(i) = \sum_{j \leq i} h_n(j)$ , avec  $h_n$  l'histogramme normalisé, correspondant au niveau de gris  $i$ , doit être le plus linéaire possible.
- L'image égalisée pourra également être calculée selon l'expression suivante:

$$I_{\text{égalisée}}(i, j) = 255 \cdot h_c(I(i, j))$$

# Égalisation d'Hist. : Caractéristiques de l'égalisation

- L'égalisation d'histogramme est une méthode d'ajustement du contraste d'une image qui consiste à appliquer une transformation sur chaque pixel de l'image, et donc d'obtenir une nouvelle image.
- Elle permet d'étaler *l'histogramme en répartissant les intensités de pixels uniformément* sur la plage de valeurs possibles des niveaux de gris.
- Cette méthode est rapide, facile à implémenter et complètement automatique (pas de réglages à faire !)



- L'égalisation d'histogramme fait apparaître beaucoup de détails qui étaient invisibles à l'œil nu dans les zones les plus sombres de l'image.
- Ces détails figuraient déjà sur l'image d'origine, mais la forte luminosité du reste de la scène a poussé le mécanisme de balance des blancs de l'appareil à attribuer à ces pixels des valeurs plus faibles que la normale

# Égalisation d'Hist. : Caractéristiques de l'égalisation

- Au cas où, dans des régions, beaucoup moins de détails apparaissent, c'est du *bruit* qui prend place.
- Typiquement, cela est souvent dû aux sources lumineuses (ex., rayons de soleil-contre-jour) qui frappent le capteur plus directement à ces endroits, “*éblouissant*” ainsi les cellules photosensibles.
- Tout simple, cet algorithme ne fait apparaître que des détails déjà captés par l'appareil lors de la prise de vue, et ne peut naturellement pas remplacer un capteur de bonne qualité.

# Égalisation d'Hist. : Résumé

- En résumé, les deux traitements, que nous venons de voir, sont destinés à faire apparaître des détails sur la plupart des images.
- Malheureusement, il n'y a pas que les détails intéressants qui deviennent visibles, par ces traitements, mais aussi beaucoup de bruit. C'est la raison pour laquelle nous utiliserons les méthodes de "*filtrage*".
- Plusieurs méthodes de filtrages existent, elles permettent d'éliminer au mieux le bruit des images.
- La *normalisation* et *l'égalisation* sont des opérations **ponctuelles sur les pixels** mais aussi des opérations de **transformations d'histogrammes**.
- Leur principe est de lire un pixel  $p$  de l'image puis de remplacer sa valeur par une valeur  $T(p)$ , où  $T(.)$  est une fonction représentée par son tracé.
- Le choix de  $T(.)$  permet de modifier les caractéristiques d'une image (contraste, brillance, etc.).

# Égalisation d'Hist. : Cas d'une Image Couleur

- L'égalisation d'histogramme d'une image couleur se fait comme suit :
  1. Calculer l'intensité moyenne (normalisée) de l'image couleur
$$I : I'(x, y) = \frac{(R+G+B)}{3}$$
  2. Calculer l'histogramme de l'image I'.
  3. Calculer l'histogramme cumulé de I'.
  4. Appliquer l'égalisation de l'histogramme sur chaque canal (R, G et B) ou plan de l'image couleur.

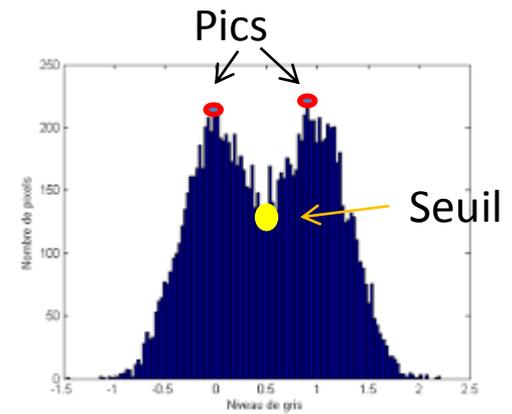
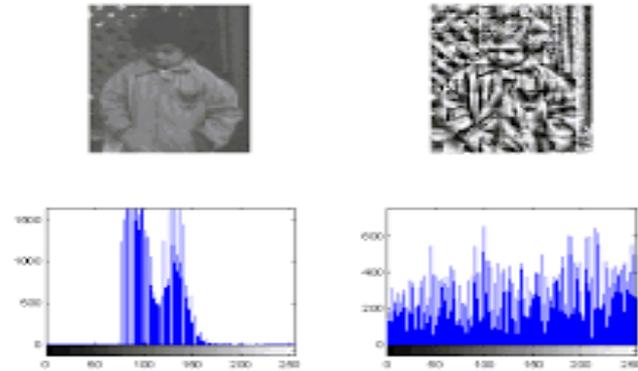
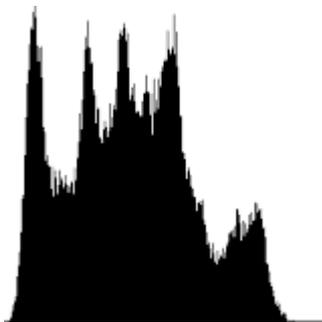
# Seuillage basé Histogramme : Seuillage

- Le seuillage est l'opération qui consiste à différencier dans une image en 2 catégories de pixels selon une valeur limite de départage : *seuil*.
- **Exemple**, avec un **seuil = 90**, on peut binariser une image :

*Si*  $I(i, j) > \text{seuil}$  **Alors**  $I(i, j) = 255;$  /\*pixel blanc\*/  
*Sinon*  $I(i, j) = 0;$  /\*pixel noir\*/

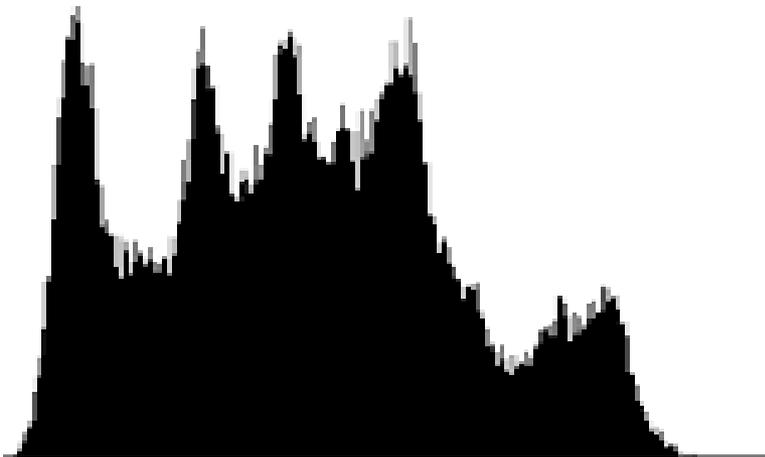
# Seuillage basé Histogramme : Seuil d'un objet sur fond

- **Problème** : Comment trouver le seuil d'un objet sur un fond d'image ? C'est-à-dire, pour faire apparaître un objet sur un fond d'image différent.
- L'histogramme d'une image comprenant un **objet (assez uniforme)** sur un **fond (assez uniforme)** comporte généralement **2 pics** (valeurs d'intensité maximale).
- **Idée simple** : pour obtenir le seuil faisant ressortir l'objet dans l'image est de **placer (choisir) le seuil entre les deux pics**,  
⇒ ce **seuil** est la **moyenne des deux pics** (le pic de l'objet et le pic du fond de l'image)



# Seuillage basé Histogramme : Seuil de plusieurs objets sur un fond

- **Problème** : Comment trouver **les seuils de plusieurs objets** sur un fond d'image ? C'est-à-dire, pour faire apparaître les objets sur un fond d'image différent.
- **Idée** : consiste à inspecter l'histogramme en choisissant les valeurs d'intensités correspondant aux moyennes entre chaque couple de pics de l'histogramme.
  - ⇒ Ces **valeurs moyennes des pics d'intensités** permettent de **fixer les seuils** pour faire apparaître les différents objets de l'image.



# Seuillage basé Histogramme : Seuil Dynamique

- **Problème** : Dans certains cas l'usage d'un **seuil seuil global** à toute l'image n'est pas toujours adapté.
- **Concept** : c'est de **découper l'image en blocs**.
  - ⇒ Puis, **pour chaque bloc**, il suffit de **calculer un seuil global**.



# Mesures de Similarité basée Histogramme : intérêt

- La mesure de similarité donne une **valeur numérique** ou une **distance** (de proximité) laquelle est une notion subjective qui reflète la ressemblance.
- Parmi une collection d'objets ou d'images, chaque individu pourra avoir un classement différent selon que l'on va privilégier, par exemple, la **couleur**, la **forme** ou la **taille**.
- Les mesures de similarités les plus communément connues et utilisées sont basées sur la **notion de distance** ou de **corrélation**.
- Cependant, il existe une autre **classe de mesures** basées sur la **notion d'histogramme** et **d'histogramme joint**

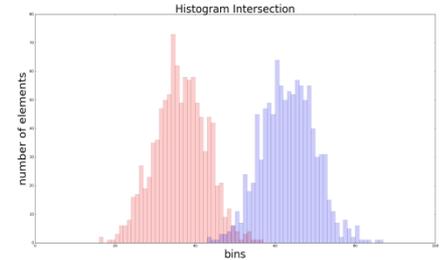
# Mesures de Similarité basée Histogramme : intérêt

- Dans certaines applications,
  - ⇒ il est utile de calculer la **distance entre deux histogrammes**, ou encore de mesurer leur similarité (**notion de proximité**)
- Par exemples,
  - ⇒ trouver des images similaires à une image requête,
  - ⇒ étudier les variations temporelles du contenu visuel dans une vidéo,
  - ⇒ détecter un objet (histogramme du modèle de l'objet  $hm$ ) dans une image d'entrée ou frame vidéo (histogramme  $he$ )
- Pour cela, nous définissons un certain nombre de **distances sur les histogrammes** qui nous permettrons de juger si ou non *deux histogrammes sont "proches" (similaires) l'un de l'autre*.
- Soient  $h_1$  et  $h_2$  **deux histogrammes de même taille  $n$**  (ex., ayant le même nombre de bins)

# Mesures de Similarité basée Histogramme : **Distance Intersection**

- La distance intersection sur les histogrammes permet de mesurer la similitude entre 2 histogrammes **en les comparant bin par bin** :

$$d(h_1, h_2) = \sum_{i=1}^n \min(h_1(i), h_2(i))$$



- Le résultat de l'intersection est le nombre de pixels du modèle (histogramme de référence) qui ont des pixels correspondants de mêmes intensités (couleurs) dans l'image d'entrée (ou requête).
- Pour normaliser le résultat entre **0** et **1**, on divise la distance par le nombre de pixels dans l'histogramme modèle (de l'objet) :

$$d(h_1, h_2) = \sum_{i=1}^n \min(h_1(i), h_2(i)) / \sum_{i=1}^n h_2(i)$$

- Plus ce nombre tend vers **1 (100% de match ou intersection)** plus les histogrammes sont similaires et les images sont identiques ou encore l'objet est dans l'image requête

# Mesures de Similarité basée Histogramme : Mesure de Corrélacion

- Cette distance est basée sur le *coefficient de corrélation de Pearson*
- Elle repose sur le *calcul de la corrélation entre les valeurs de bins des histogrammes* :

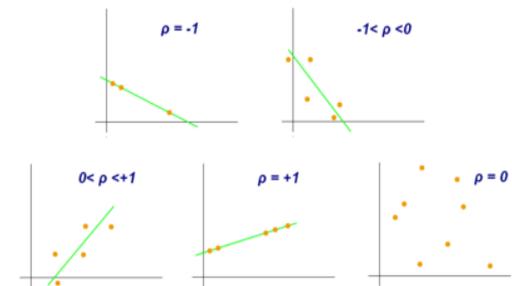
$$d(h_1, h_2) = \frac{\sum_{i=1}^n (h_1(i) - \bar{h}_1)(h_2(i) - \bar{h}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (h_1(i) - \bar{h}_1)^2 \sum_{i=1}^n (h_2(i) - \bar{h}_2)^2}}$$

avec  $\bar{h} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h(i)$

- Le résultat de la distance (coefficient de corrélation) est toujours entre **+1** et **-1** :
  - Valeur absolue de 1 : une équation linéaire décrit parfaitement la relation entre  $h_1$  et  $h_2$  (entres tous les bins).
  - Signe de corrélation (la pente de régression) : +1 signifie que toutes les valeurs de bins se trouvent sur une ligne pour laquelle  $h_1$  augmente lorsque  $h_2$  augmente, et vice versa pour  $-1$ .
  - 0 : signifie qu'il n'y a pas de dépendance linéaire entre les histogrammes (ou les bins).

- Exemple, en détection :

- $d(h_1, h_2) = 1$ , correspondance exacte (détection)
- $d(h_1, h_2) = 0,5$ , faible correspondance (faible détection ou de moitié)
- $d(h_1, h_2) = 0$ , aucune correspondance (aucune détection)
- $d(h_1, h_2) = -1$ , décalage ou erreur de correspondance (fausse détection)



# Mesures de Similarité basée Histogramme : Distance du Chi-deux

- À l'origine c'est un *test d'indépendance* (absence de lien statistique) entre 2 variables aléatoire X et Y.
- La distance du *Chi-2* ou *Chi-deux*, notée  $\chi^2$ , à ***n-1*** degré de liberté, appliquée aux histogrammes est donnée par :

$$d(h_1, h_2) = \chi^2(h_1, h_2) = \sum_{i=1}^n \frac{(h_1(i) - h_2(i))^2}{h_2(i)}$$

- C'est la distance entre  $h_1$  (pixels ou valeurs observées/empiriques) et  $h_2$  (image de pixels représentant les valeurs théoriques ou modèles, attendues ou espérées) s'il y a indépendance !
- D'autres mesures sur les histogrammes existent : *la divergence de Kullback-Leibler* et la *distance de Bhattacharyya*.
- Ces mesures se basent sur des estimations de probabilité.

# Mesures basée Histogramme : Distance basée Histogramme Joint

- l'histogramme joint de 2 images  $(I_1, I_2)$  est une généralisation des **matrices de cooccurrence** utilisées en analyse de texture.
- l'histogramme joint est construit **en comptabilisant les occurrences des couples de valeur de pixels  $(I_1, I_2)$**
- Par exemple, dans une zone de recouvrement où  $I_2$  peut-être une transformée de  $I_1$ .
- Pour une image **en niveau de gris 8 bits**, l'histogramme joint est une **matrice  $\mathbf{P}$  de taille 256x256**.
- Une cellule de  $\mathbf{P}$  est notée  $p_{i,j}$ , avec  $0 \leq i \leq 255$  et  $0 \leq j \leq 255$ .
- $p_{i,j}$  : est le **nombre de pixels** ayant une intensité  $i$  dans l'image  $I_1$  et une intensité  $j$  dans l'image  $I_2$  à la même position image  $I(x, y)$ .

# Mesures basée Histogramme : Distance basée Histogramme Joint

- $N = \sum_{i=0}^{255} \sum_{j=0}^{255} p_{i,j}$  : nombre de pixels dans la zone de recouvrement des 2 images.
- Le principe des mesures de similarité utilisant l'**histogramme joint** consiste à déterminer **l'écart de l'histogramme par rapport à la diagonale**.
- La plupart des mesures de similarités existantes peuvent être calculées à partir d'un **histogramme conjoint**.
- L'information mutuelle ***IM*** (de deux images ***I*** et ***J***) est l'une des mesures classiques utilisant l'**histogramme joint**.
- Cette mesure est donnée par :

$$IM(I, J) = \sum_{i,j} p_{i,j} \cdot \log \left( \frac{p_{i,j}}{p_i \cdot p_j} \right)$$